المــادة : الريـاضيـــــات

اختبـار الفصل ألأول

المستوى: السنـة 3 علوم تجريبية

التمرين الأول : (07 نقاط

نعتبر المعادلتين التفاضليتين :

$(E_2): y'=y$ **و** $(E_1): y'=2y$

1. أ) حل المعادلتين : $(E_2),(E_1)$

ب) عين الحل الخاص f_1 **للمعادلة** (E_1) **بحيث :** $f_1'(0)=1$

جـ) عين الحل الخاص f_2 **للمعادلة** (E_2) **بحيث :** $f_2'(0)=2$

2. لتكن الدالة g **المعرفة على** $\mathbb{R}$ **بـ :** $g(x)=e^{2x}-2e^{x}$

(C) **التمثيل البياني للدالة** g **في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس** $(O;\vec{i};\vec{j})$

أ) أدرس نـهاية الدالة g **عند** $-\infty$ **وعند** $+\infty$

ب) استنتج وجود مستقيم مقارب (d) **يطلب تعيين معادلة له.**

ت) أحسب $g'(x)$

ث) أدرس إشارة $g'(x)$ **ثم شكل جدول تغيرات** g

جـ)أثبت أن المنحنى (C) **الممثل للدالة** g **يقطع محور الفواصل في نقطة وحيدة فاصلتها** α **حيث :** $0.6 \prec \alpha \prec 0.7$

د) أنشئ المنحنى (C) **الممثل للدالة** g **في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس** $(O;\vec{i};\vec{j})$

التمرين االثاني : 07 نقاط

$D(0;4;-1), C(6;-2;-1), B(6;1;5) A(3;-2;2)$ **أربع نقط من الفضاء المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس** $(O;\vec{i};\vec{j};\vec{k})$

1. بين أن المثلث ABC **قائم .**

2. جد معادلة ديكارتية للمستوي (DBC)**.**

3. أثبت أن المستقيم (AD) **عمودي على المستوي** (ABC)**.**

4. استنتج حجم رباعي الوجوه $ABCD$ **.**

5. أثبت أن قيس الزاوية $\widehat{BDC}$ **هو** $\frac{\pi}{4}$ **راديان.**

6. أحسب بعد النقطة A **عن** (BDC)**.**

7. نعتبر المستويين $(P_2),(P_1)$ **حيث :** $(P_1): x+y+z-3=0$ **و** $(P_2): x-z-1=0$

- **أثبت أن** $(P_2),(P_1)$ **يتقاطعان في مستقيم** (Δ) **.**

- أثبت أن النقطة A تنتمي إلى (Δ).
- أثبت أن الشعاع $\vec{u}(1;-2;1)$ شعاع توجيه للمستقيم (Δ).
- استنتج تمثيلا وسيطيا لـ (Δ).

التمرين الثالث : 06 نقاط

C, B, A **ثلاث نقط من الفضاء**

1. أنشىء G مرجح الجملة $\{(B;-1),(C;2)\}$

و F مرجح الجملة $\{(A;-2),(B;2),(C;-4)\}$

2. بين أن F مرجح جملة نقطتين مرفقتين بمعاملين يطلب تحديدهما

3. عين (Γ_1) مجموعة النقط M من الفضاء التي تحقق :

$$\left\|\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MG}\right\| = 2\left\|2\overrightarrow{MC}-\overrightarrow{MB}\right\|$$

4. عين (Γ_2) مجموعة النقط M من الفضاء التي تحقق :

$$MA^2 + MG^2 = 1$$

5. عين (Γ_3) مجموعة النقط من الفضاء التي تحقق :

$$(\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MG})\cdot(\overrightarrow{MF}-\overrightarrow{MG}) = 0$$

- انتهى -

حل الموضوع الثاني

حل التمرين الأول :

أ) حل المعادلتين : $(E_2),(E_1)$

المعادلة $(E_1): y'=2y$ حلولها $y=c_1e^{2x}$ حيث $c_1\in\mathbb{R}$

المعادلة : $(E_2):\ y'=y$ حلولها $y=c_2e^{x}$ حيث $c_2\in\mathbb{R}$.

ب) تعيين الحل الخاص f_1 **للمعادلة** (E_1) **بحيث :** $f_1'(0)=1$

$f_1'(0)=1$ معناه : $c_1=\frac{1}{2}$ ومنه الحل الخاص هو : $f_1(x)=\frac{1}{2}e^{2x}$.

جـ) تعيين الحل الخاص f_2 **للمعادلة** (E_2) **بحيث :** $f_2'(0)=2$

$f_2'(0)=2$ معناه : $c_2=2$ ومنه الحل الخاص : $f_2(x)=2e^{x}$.

2. الدالة g **المعرفة على** $\mathbb{R}$ **بـ :** $g(x)=e^{2x}-2e^{x}$

) **النهايات :** $\lim_{x\to-\infty} g(x)=0$ **و** $\lim_{x\to+\infty} g(x)=+\infty$

أ) $\lim_{x\to-\infty} g(x)=0$ **ومنه :** $y=0$ **معادلة مستقيم مقارب** (d) **عند** $-\infty$

ت)حساب $g'(x)$

الدالة g **قابلة للاشتقاق على** $\mathbb{R}$ **و :** $g'(x)=2e^{2x}-2e^{x}=2e^{x}(e^{x}-1)$

ث)إشارة $g'(x)$ **مثل إشارة :**$e^{x}-1$ **من أجل كل عدد حقيقي** x

ومنه:

x	$-\infty$		0		$+\infty$
$g'(x)$		-	0	+	

الدالة g **متناقصة تماما على** $]-\infty;0]$ **و متزايدة تماما على** $[0;+\infty[$

جدول التغيرات :

x	$-\infty$		0		$+\infty$
$g'(x)$		-	0	+	
$g(x)$	0	↘	-1	↗	$+\infty$

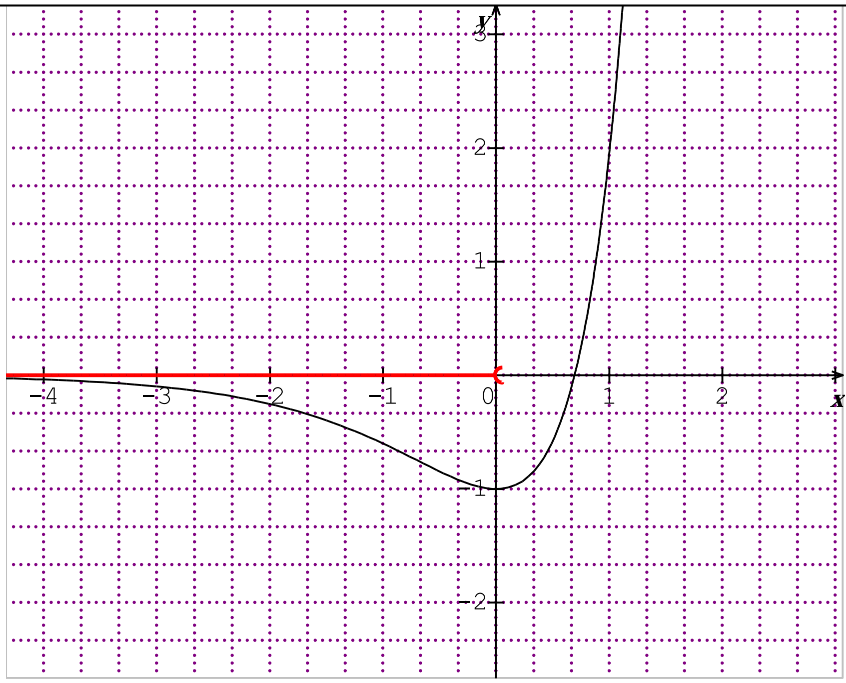
جـ)الدالة g **معرفة و مستمرة على** $\mathbb{R}$ **فهي مستمرة على** $[0.6;0.7]$

و رتيبة تماما على $[0.6;0.7]$ **و** $g(0.6)g(0.7)\prec 0$

حسب مبرهنة القيم المتوسطة يوجد عدد وحيد $\alpha\in[0.6;0.7]$ **حيث :** $g(\alpha)=0$

معناه : المنحنى الممثل للدالة يقطع محور الفواصل في نقطة وحيدة فاصلتها α

د) **إنشاء المنحنى** (C).



حل التمرين الثاني :

1. تبيان أن المثلث ABC قائم:

$\overrightarrow{AB}(3;3;3)$, $\overrightarrow{AC}(3;0;3)$

$\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC}=0$ ومنه **المثلث** ABC **قائم** A

2.إيجاد معادلة ديكارتية للمستوي (DBC).

$\overrightarrow{DB}(6;-3;6)$, $\overrightarrow{DC}(6;-6;0)$

الشعاعان $\overrightarrow{DB}$ و $\overrightarrow{DC}$ غير مرتبطين خطيا ($1\neq\frac{1}{2}$)

ليكن $\vec{n}(a;b;c)$ الشعاع الناظمي للمستوي (DBC) $\vec{n}.\overrightarrow{AM}=0$

$\begin{cases}\vec{n}\perp\overrightarrow{DB}\\ \vec{n}\perp\overrightarrow{DC}\end{cases}$ **يعني** $\begin{cases}6a-3b+6c=0\\ 6a-6b=0\end{cases}$

ومنه $\vec{n}(2;2;-1)$

معادلة (DBC) **من السكل** : $2x+2y-z+d=0$ حيث عدد حقيقي d

بما أن (DBC) **يشمل النقطة** D **فإنّ** $8+1+d=0$

ومنه $d=9$

إدن $2x+2y-z-9=0$ معادلة ديكارتية للمستوي : (BDC) .

3. أثبات أن المستقيم (AD) عمودي على المستوي (ABC).

$\overrightarrow{AD}\cdot\overrightarrow{AB}=0,\overrightarrow{AD}\cdot\overrightarrow{AC}=0$ ومنه (AD) عمودي على المستقيمين المتقاطعين (AB) و (AC)

فهو عمودي على المستوي (ABC) .

4.استنتاج حجم رباعي الوجوه $ABCD$.

$V=\frac{1}{3}d(A;(BDC))\cdot A_{BDC}$, $A_{BDC}=27$ وحدة حجم .

5.إثبات أن قيس الزاوية $\widehat{BDC}$ هو $\frac{\pi}{4}$ راديان.

$Cos\left(\overrightarrow{DB};\overrightarrow{DC}\right)=\frac{\overrightarrow{DB}.\overrightarrow{DC}}{\|\overrightarrow{DB}\|.\|\overrightarrow{DC}\|}=\frac{\sqrt{2}}{2}$ **ومنه قيس الزاوية** $\widehat{BDC}$ **هو** $\frac{\pi}{4}$ **راديان.**

6.حساب بعد النقطة A عن (BDC)

$$d(A;(BDC))=\frac{|9|}{\sqrt{4+4+1}}=3 .$$

.7

6. أثبت أن $(P_2),(P_1)$ يتقاطعان في مستقيم (Δ)

$\overrightarrow{n_{p1}}(1;1;1)$ و $\overrightarrow{n_{p2}}(1;0;-1)$ غير مرتبطين خطيا ومنه : المستويان $(P_2),(P_1)$ يتقاطعان في مستقيم (Δ) .

7. $A\in(P_1):3-2+2-3=0$. و $A\in(P_2):3-2-1=0,$ ومنه $A\in(\Delta)$

8. $\vec{u}(1;-2;1)$ شعاع توجيه المستقيم لأن : $\overrightarrow{n_{p1}}\cdot\vec{u}=0$ و $\overrightarrow{n_{p2}}\cdot\vec{u}=0$

9. التمثيل الوسيطي : $\begin{cases}x=3+t\\ y=-2-2t, t\in\mathbb{R}\\ z=2+t\end{cases}$

حل التمرين الثالث :

1. Gمرجح الجملة : $\{(B;-1),(C;2)\}$ معناه : $\overrightarrow{BG}=2\overrightarrow{BC}$

F مرجح $\{(A;-2),(B;2)(C;2)\}$ معناه : $\overrightarrow{AF}=0.5\overrightarrow{BA}+\overrightarrow{AC}$

الإنشاء .

2. F هي منتصف : $[AG]$

3. (Γ_1) هي مستو محور $[FG]$.

4. إذا كان $FG^2=0.5$ فإن : $(\Gamma_2)=\{G\}$.

إذا كان : $FG^2\prec 0.5$ فإن : (Γ_2) هي سطح كرة مركزها F و $r=\sqrt{\frac{1-2FG^2}{2}}$

إذا كان : $FG^2\succ 0.5$ فإن: (Γ_2) هي المجموعة الخالية .

5. (Γ_3) هي مستو شعاعه الناظمي $\overrightarrow{GF}$.