المـــادة : الريـاضيـــــات

اختبار الفصل ألأول

المستوى: السنة 3 رياضيات

التمـريـن الأول: (07 نقاط)

الفضـاء منسـوب إلى المعلم المتعـامد و المتـجانس $(O.\vec{i},\vec{j},\vec{k})$.

$x-y+z-11=0$ **معادلته ديكارتية للمسـتوي** (P) **الذي يمس سطح الكرة** (s) **ذات المركز** $w(1;-1;3)$.

1/ جد نصف قطر سطح الكرة (s)**، ثم أستنتج معادلة ديكارتية لـ :** (s).

2/ جد تمثيلا وسيطيا للمستقيم (d) **الذي يشمل النقطة w والعمودي على** (P) .

3/لتكن النقطة H نفطه تماس (s) **والمستوي** (P) **، عين إحداثيات النقطة H** .

4/ عين إحداثيات النقط المشتركة بين (s) **و حامل محور الفواصل .**

5/ المستويان $(P1)$ **و** $(P2)$ **معادلتيهما على الترتيب:** $x-y-2z-3=0$ **و** $2x+y-z-2=0$.

جد معادلة ديكارتية للمستوي الذي يشمل النقطة $B(3,-6,2)$ **والعمودي على كل من المستويين** $(P1)$ **و** $(P2)$

التمرين الثاني:(08 نقطة)

I/ f **الدالة العددية المعرفة على** $\mathbb{R}$ **بـ :** $f(x)=2x-1-e^{-x}$

(c_f) **التمثيل البياني لها في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس** $(O;\vec{i};\vec{j})$

1 -جد: $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$ **و** $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$

2- احسب $f'(x)$

3- أدرس اتجاه تغير الدالة f **، ثم شكل جدول تغيراتها.**

4- برهن أن المستقيم (d) **ذو المعادلة** $y=2x-1$ **هو مستقيم مقارب مائل للمنحنى** (c_f) **عند** $+\infty$

5- بين على أن المعادلة $f(x)=0$ **تقبل حلا وحيد ا** α **حيث:** $0,72\prec\alpha\prec0,74$

6-أستنتج إشارة $f(x)$

7- أنشئ المنحنى (c_f)

II/ g **دالة معرفة على** $\Re$ **بـ :** $g(x)=4x^3-3x^2+6(x+1)e^{-x}$.

1- بين أنه من أجل كل x **من** $\mathbb{R}$ فإن: $g'(x)=6x.f(x)$

2- أستنتج إشارة $g'(x)$ **على** $\mathbb{R}$.

3- أحسب $\lim\limits_{x\to-\infty} g(x)$ **و** $\lim\limits_{x\to+\infty} g(x)$ **(ملاحظة :** $\lim\limits_{x\to+\infty}\left(\frac{x}{e^x}\right)=0$)

4- شكل جدول تغيرات الدالة g

5- بين أن: $g(\alpha)=4\alpha^3+9\alpha^2+6\alpha-6$

التمرين 3: (05 نقاط)

ما هي الإجابات الصحيحة من بين الإجابات المقترحة التالية ؟ برر .

الرقم	السؤال	الجواب A	الجواب B	الجواب C
01	العدد 4264 يكتب	1A08 في النظام ذي الأساس 16	10A8 في النظام ذي الأساس 16	1000010101000 في النظام الثنائي
02	$n\left(\sqrt{2}-3\right)+Ln\left(\sqrt{2}+3\right)=$	$4-2\sqrt{3}$	4	0
03	$ln\ \dfrac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x+1}-1}=$	$ln\ (\sqrt{x}+1)+ln\ (\sqrt{x+1}+1)-ln x$	$\ln \dfrac{x+1}{x}$	$(\sqrt{x}+1)+ln(\sqrt{x+1}+1)$ ln
04	أحد حلول المعادلة التفاضلية $2y'+3y=0$ هو f حيث	$f(x)=-2xe^{-\frac{3}{2}x}$	$(x)=2e^{-\frac{3}{2}x}$ f	$f(x)=e^{-\frac{3}{2}(x+1)}-2$

حل الموضوع

التمرين الأول : (07نقاط)

1 -إيجاد نصف قطر سطح الكرة

المسافة بين المركز و المستوي : $d(\varpi,(p))=2\sqrt{3}$ **R**

-استنتاج معادلة ديكارتية لسطح الكرة (s) :

$(x-1)^2+(y+1)^2+(z-3)^2=12$.

2 -إيجاد تمثيلا وسيطيا للمستقيم (d) الذي يشمل النقطة **w** والعمودي على (p)

$\vec{u}\begin{pmatrix}1\\-1\\1\end{pmatrix}$ شعاع ناظم للمستوي (p) يمثل شعاع توجيه المستقيم $(d)\begin{cases}x=1+t\\y=-1+t\\z=3+t\end{cases}$ حيث : $t\in\Re$

3 -نعيين إحداثيات النقطة **H** نفطه تماس(s) والمستوي (p)

$H(3,\ \ -3,\ \ 5)$

4-تعيين إحداثيات النقط المشتركة بين (s) وحامل محور الفواصل

$\begin{cases}x=t\\y=0\\z=0\end{cases}$ حيث : $t\in\Re$:التمثيل الوسيطي لحامل محور الفواصل

$M(x,\ \ y,\ \ z)\in(s)\cap(x'x)$ معناه $(t-1)^2+1+9=12$ أي: $(t-1)^2=2$ ومنه : $t=1+\sqrt{2}$ أو $t=1-\sqrt{2}$

$(s)\cap(x'x)=\left\{A_1\left(1+\sqrt{2},\ \ 0,\ \ 0\right),A_2\left(1-\sqrt{2},\ \ 0\ \ 0\right)\right\}$

5-إيجاد معادلة المستوي الذي يشمل النقطة $B(3,-6,2)$ والعمودي على كل من $(P1)$ و $(P2)$

معادلة هذا المستوي هي من الشكل: $a(x-3)+b(y+6)+c(z-2)=0$:

$\vec{n}\begin{pmatrix}a\\b\\c\end{pmatrix}$ هو شعاع ناظم للمستوي (Π) ولدينا : (Π) عمودي على كل من $(P1)$و$(P2)$ أي : $\vec{n}$ عمودي على كل من

$\vec{n_1}\begin{pmatrix}1\\-1\\-2\end{pmatrix}$ و $\vec{n_2}\begin{pmatrix}2\\1\\-1\end{pmatrix}$ حيث: $\vec{n_1}$ شعاع ناظم للمستوي $(P1)$و $\vec{n_2}$ شعاع ناظم للمستوي $(P2)$.

إذا $x-y+z-11=0$ هي معادلة ديكارتية المستوي (p)

التمرين الثاني:(08نقاط)

$f(x)=2x-1-e^{-x}$

1-حسا ب: $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)$ و $\lim\limits_{x\to-\infty}f(x)$

$\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)=-\infty$ و $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)=+\infty$

2 -حساب $f'(x)$ **. الدالة** f **قابلة للاشتقاق على ℝ و**

$$f'(x)=2+e^{-x}$$

- دراسة اتجاه تغير الدا لة f

لدينا من أجل كل x **من ℝ :** $f'(x)$ **موجبة تماما ومنه الدالة** f **متزايدة تماما على ℝ.**

- جدول تغيرات الدالة f

x	$-\infty$ $\qquad$ $+\infty$
$f'(x)$	+
$f(x)$	$-\infty$ ↗ $+\infty$

4-إثبات أن المستقيم هو مقارب مائل للمنحنى

لدينا : $\lim_{x\to+\infty}\left(f(x)-(2x-1)\right)=0$

ومنه المستقيم (d) **هو مقارب مائل للمنحى عند** $+\infty$

5- إثبات أن المعادلة $f(x)=0$ **تقبل حلا وحيدا** α **حيث :** $0,72\prec\alpha\prec0,74$

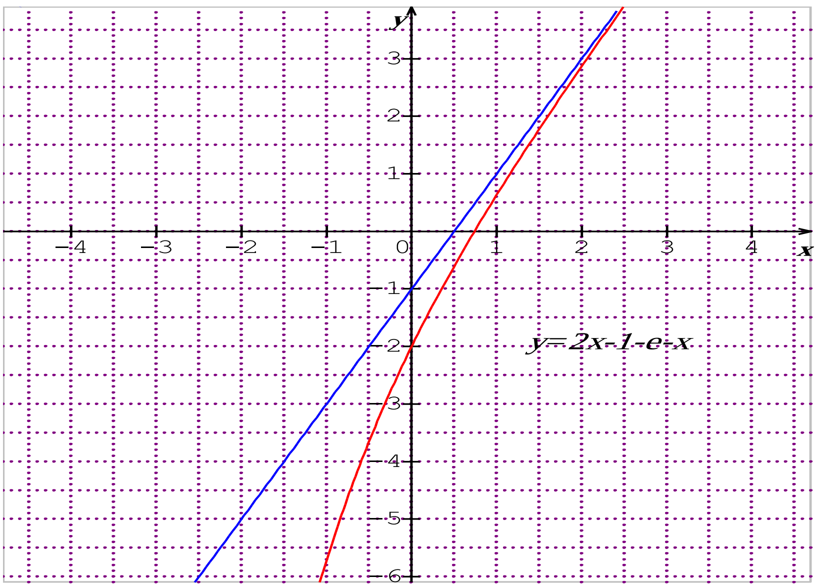
لدينا : الدالة f **معرفة ومستمرة ومتزايدة تماما على المجال** $[0.72,0.74]$ **و** $f(0.72)\times f(0.74)\prec0$

إذا حسب مبرهنة القيم المتوسطة يوجد عدد حقيقي وحيد α **بحيث** $f(\alpha)=0$ **.**

6- استنتاج الإشارة

x	$-\infty$	α	$+\infty$
$f(x)$	-	0	+

- رسم المنحنى



$$g(x)=4x^{3}-3x^{2}+6(x+1)e^{-x}$$

1. إثبات أنه من أجل كل من فإن : $g'(x)=6x.f(x)$

الدالة قابلة للإشتقاق g **على** $\mathbb{R}$

و $g'(x)=6x.f(x)$

2. استنتاج إشارة $g'(x)$ **على** $\mathbb{R}$

x	$-\infty$		0		α		$+\infty$
x		-	0	+		+	
$f(x)$		-		-	0	+	
$g'(x)=6x.f(x)$		+	0	-	0	+	

3. $\lim\limits_{x\to-\infty} g(x)=-\infty$ **و** $\lim\limits_{x\to+\infty} g(x)=+\infty$

4. تشكيل جدول تغيرات الدالة g

x	$-\infty$		0		α		$+\infty$
$g'(x)$		**+**	**0**	**-**	**0**	**+**	
$g(x)$	$-\infty$	$\nearrow$	**6**	$\searrow$	$g(\alpha)$	$\nearrow$	$+\infty$

5- إثبات أن: $g(\alpha)=4\alpha^3+9\alpha^2+6\alpha-6$ **.**

$f(\alpha)=2\alpha-1-e^{-\alpha}=0$

ومنه $e^{-\alpha}=2\alpha-1$

وبالتالي: $g(x)=4\alpha^3-3\alpha^2+6(\alpha+1).(2\alpha-1)=g(x)=4\alpha^3+9\alpha^2+6\alpha-6$

حل التمرين الثالث:

1) الإجابة الصحيحة هي **الجواب C** لأنّ: $1000010101000=1\times2^3+1\times2^5+1\times2^7+1\times2^{12}=4264$

2) الإجابة الصحيحة هي **الجواب C لأن:** $Ln\left(\sqrt{2}-3\right)\left(\sqrt{2}+3\right)=Ln(1)=0$

3)الإجابة الصحيحة هي **الجواب B لأن:** $Ln\left(\sqrt{x+1}-1\right)=Ln(x)-Ln\left(\sqrt{x+1}+1\right)$

4) الإجابة الصحيحة هي **الجواب B لأن:** $f'(x)=-3e^{-\frac{3}{2}x}$ و $2f'(x)+3f(x)=0$